



Som allerede omtalt er enhver måling behæftet med en vis måle usikkerhed. Dette betyder, at den sande værdi afmålingen ikke nødvendigvis er lig med den målte, men at den ligger i et interval omkring denne. Dette interval er smalt eller bredt afhængig af måleusikkerheden. Man kan i princippet ikke være sikker på, hvor i intervallet den sande værdi ligger.

Måleusikkerhed

Sandsynlighed Faktisk er det sådan, at den sande værdi kun med en vis sandsynlighed ligger i intervallet.
Sandsynligheden afhænger af, hvor bredt intervallet angives i forhold til måleusikkerheden.

Eksempel

En diameter på en aksel er opmålt til $d=35,07$ mm.

Diameterbestemmelsen er foretaget med et måleudstyr og efter en metode, der resulterer i en måleusikkerhed på $U = 0,07$ mm.

Den angivne måleusikkerhed skal her opfattes som måleusikkerhedsgrænse.

Måleusikkerhedsgrænsen er angivet på et 99 % konfidensniveau .

Den korrekte måde at angive diametermålingen på er:

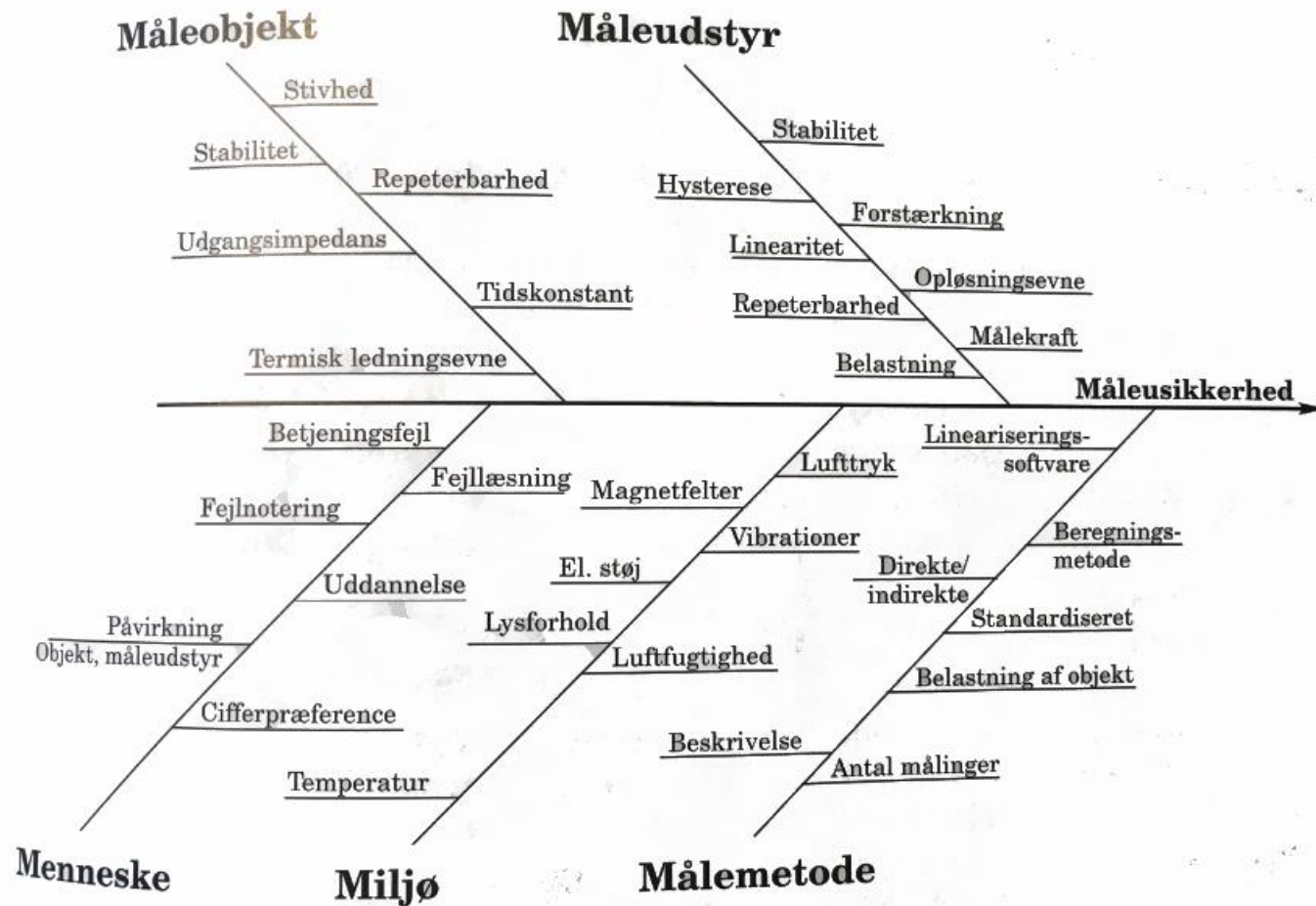
$35,07 \pm 0,07$ mm; 99 % konfidens

Fortolkningen af denne angivelse er, at den sande diameter med en sandsynlighed på 99 % ligger i intervallet 35,00 til 35,14 mm, eller at 99 ud af 100 diametermålinger vil ligge i det nævnte interval.

Konfidensniveau Beregning ☺

Måleusikkerhed

Udover måleteknikkens 5 kantede stjerne
kan man bruge et såkaldt Ishikava-diagram
(årsagsvirkningsdiagram.)



Måleusikkerhed

Årsager *Måleudstyret* giver naturligvis et bidrag til måleusikkerheder.
Den anvendte *målemetode* giver bidrag til måleusikkerheden
Måleobjektet giver selv et bidrag til måleusikkerheden
Der er en vekselvirkning mellem måleudstyr og måleobjekt

Eksempelvis kan udstyret til måling af en akseldiameter deformere akslen, idet denne ikke har en uendelig stivhed.
Herved ændres akslens form, og diameteren fejlmåles.

Et andet eksempel er måling af elektrisk spænding,
hvor voltmeteret vil belaste (elektrisk) det kredsløb, hvori
spændingen ønskes bestemt.

Målemiljøet giver et bidrag til måleusikkerheden

Måleusikkerhed

Årsager *Målemiljøet* giver et bidrag til måleusikkerheden
Måling af en kobbertråds elektriske modstand bør ske ved en bestemt temperatur, idet trådens modstand er stærkt afhængig heraf. En ændring i temperaturen på ca. 2°C vil ændre kobber- trådens elektriske modstand med næsten 1 %.

Personen (mennesket), der udfører målingen, bidrager til måleusikkerheden.

Måleudstyret kan betjenes forkert på grund af fx manglende instruktion eller viden om måleudstyrets virkemåde
Der kan ske fejlaflæsninger på skalaer, især hvis disse ikke er lineære
Personen kan påvirke måleobjektet eller måleudstyret ved at placere sig uhensigtsmæssigt i forhold til disse
Eksempelvis kan kropsvarmen påvirke et termometer eller den tidligere om- talte kobbertråd.

Måleresultatets fordeling

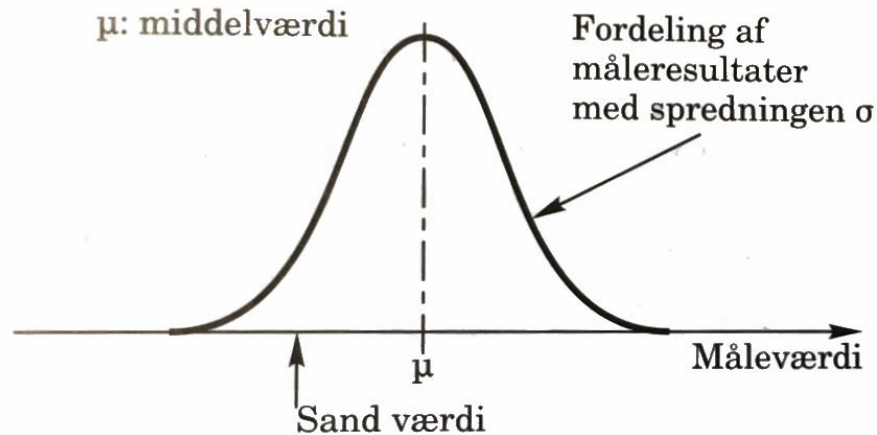
Ved måling på samme måleobjekt gentagne gange vil man opda-ge, at man får forskellige resultater fra gang til gang. Dette er der ikke noget mystisk i. Enhver serie afmålinger vil have en hel naturlig og uundgåelig spredning.

Måleresultaterne kan fordele sig omkring den sande værdi, eller de kan fordele sig om en forkert værdi.

Måleresultatets fordeling

Fordelingsfunktion

Med andre ord vil måleresultaterne sprede sig i henhold til en for delingsfunktion.
I måleteknikken benyttes hertil normalfordelingen, som er beskrevet med sin middelværdi μ og spredning σ
Fordelingens middelværdi kan afvige (mere eller mindre) fra den sande måleværdi



Måleresultatets fordeling

Tilfældige fejl *Tilfældige fejl* er uundgåelige og uforudsigelige. Ved udførelse af en enkelt måling er det således ikke muligt at korrigere for tilfældige fejl

Systematiske fejl

De kendte *systematiske målefejl* kan bruges til korrektion af måleresultat. Det korrigerede måleresultat er nu tættere på den sande værdi af målestørrelsen.

De kendte systematiske målefejl kan bruges til korrektion af måleresultat. Det korrigerede måleresultat er nu tættere på den sande værdi af målestørrelsen.

Måleresultatets fordeling

For at etablere en måde at håndtere problemet på har BIPM i 1983 udgivet en vejledning. Denne er senere udgivet af Dansk Standard som DS/ENV/13005:99\ "Guide to expression of uncertainty in measurements", hvilken tillige udmærker sig ved en god eksempelsamling.

I denne guide opererer man med måleusikkerhed af kategori A og B.

Måleresultatets fordeling

Måleusikkerhedskomponenter af kategori A kan behandles med statistiske metoder

Måleusikkerhedskomponenter af kategori B må fastlægges med andre metoder, ofte kvalificerede gæt.

Man må ikke sætte lighedstegn mellem tilfældige fejl og kategori A måleusikkerheder!

Man kan heller ikke sætte lighedstegn mellem systematiske fejl og måleusikkerheder af kategori B!

Måleusikkerheds

komponenter

Kategori A

Måleusikkerheder af kategori A kan som sagt behandles med statistiske metoder.

Normal

fordelingen

Den mest almindelige metode foregår ved anvendelse af normalfordelingen.

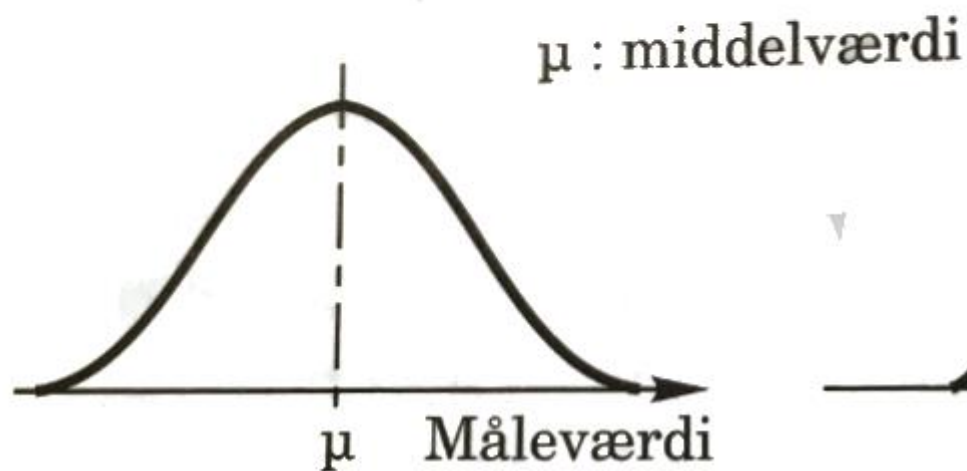
Middelværdi

Man antager da, at gentagne målinger giver resultater, som fordeler sig omkring en middelværdi μ . Middelværdien er et mål for den sande værdi af målestørrelsen.

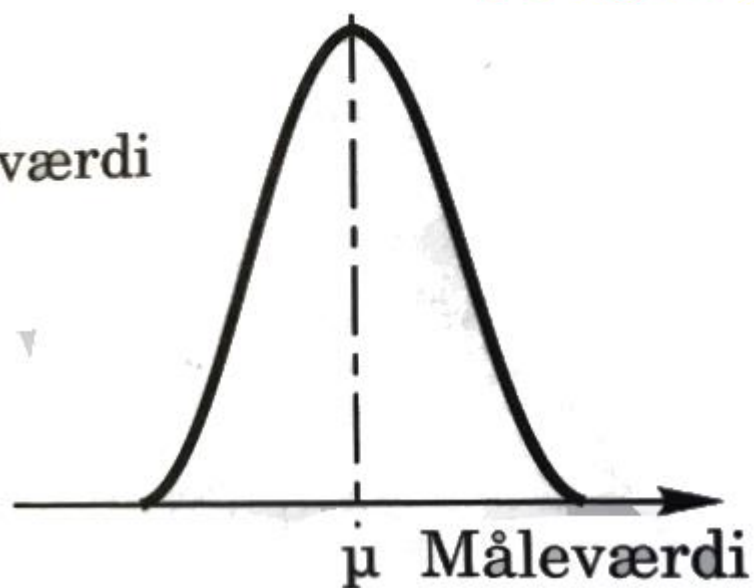
Spredning

”Bredden” af fordelingen angives ved fordelings spredning σ .

spredningen er et mål for hvor tæt en enkelt måling vil ligge ved μ .



Stor spredning (σ):
Stor måleusikkerhed
fra tilfældige fejl



Lille spredning (σ):
Lille måleusikkerhed
fra tilfældige fejl

En bred fordeling giver større risiko for at målingen ligger langt fra middelværdien end en smal fordeling.

Ud fra en serie på n målte værdier $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ kan man danne "de bedste gæt" (estimer) for fordelings middelværdi μ og spredning σ

Gennemsnit Gennemsnittet er et estimat for μ

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Standard
afvigelse

Standardafvigelsen s er et estimat for σ

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Gentages de n målinger, vil gennemsnittet ændre sig fra gang til gang, dvs. en måleseries gennemsnit kan beskrives ved en ny fordelingsfunktion.

Standard afvigelse

Forodelingsfunktionen for $\bar{x}$ vil have samme middelværdi μ som fordelingsfunktionen for de enkelte målinger, MEN spredningen $\sigma_{\bar{x}}$ vil være mindre end σ .

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Hermed bliver standardafvigelsen for gennemsnittet $\bar{x}$:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Dvs.

Foretages en enkelt måling, er måleværdien lig med måleresultatet x og usikkerheden lig med s
Foretages en serie på n målinger, er måleværdien lig med gennemsnittet $\bar{x}$ og måleusikkerheden $s_{\bar{x}}$

Måleusikkerheds komponenter

Kategori B

Måleusikkerheder af kategori B udgør det andet bidrag til måleusikkerheden på måleresultatet.

Eksempelvis er korrektionen af et måleresultat for påvirkningen fra en influensparameter ubestemt, idet influensparameteren kun bestemmes med en vis sikkerhed. Herved genereres en måleusikkerhed hørende til kategori B, hvilken i dette tilfælde ofte kaldes restfejlen.

Mange gentagelser af en måling vil ikke nødvendigvis gøre kategori B måleusikkerhedskomponenterne mindre

Kategori B måleusikkerheder fastlægges som sagt ved andre metoder end de statistiske. Et eksempel herpå er kvalificerede gæt baseret på erfaringer

Korrektion

Måleresultatet bør altid korrigeres for kendte systematiske fejl.

Eksempel

En modstand er kalibreret ved temperaturen $t = 23\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Værdien af modstanden er således kendt ved $23\text{ }^{\circ}\text{C}$. Lad os kalde denne værdi R_{23}

Modstanden skal anvendes i en måleopstilling, og temperaturen under målingen er $28\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Det vides, at modstandens værdi er afhængig af temperaturen.

Eksempel

Hvis vi regner med, at modstandens værdi ved 28 °C er lig med R_{23} , begås en systematisk målefejl.

Modstandens værdi skal derfor korrigeres.

Modstandens temperaturafhængighed er beskrevet ved den såkaldte temperaturkoefficient α . Denne kendes ved 23 °C og kaldes da α_{23} .

Modstandens værdi ved 28 °C er nu:

$$R_{28} = R_{23} (1 + \alpha_{23} (28 - 23))$$

Eksempel

Herved er modstandsværdien korrigeret for en kendt systematisk fejl.

Der er imidlertid to restfejl at tage hensyn til.

Temperaturkoefficienten er ikke nøjagtig lig med α_{23} , men vides at ligge i intervallet $\alpha_{23} \pm \Delta\alpha$.

Endvidere er temperaturmålingen behæftet med en usikkerhed, således at de 28°C ikke er den nøjagtige temperatur, men vides at ligge i intervallet $28^{\circ}\text{C} \pm \Delta t$.

Øvelse 01.01.03

(se learnspace.dk Udviklingstekniker/Måleteknik & Reparation)